Московский государственный технический университет

имени Н. Э. Баумана

Факультет Информатика и системы управления

Кафедра Компьютерные системы и сети

Г.С. Иванова, Т.Н. Ничушкина

**Вычисления. Погрешности вычислений**

Методические указания по выполнению домашнего задания № 1 часть 1

по дисциплине Алгоритмизация и программирование

Москва 2023

**Часть 1 Вычисления. Погрешности вычислений**

При программировании вычислений необходимо помнить о том, что во многих случаях результат этих вычислений является числом *приближенным*.

Пусть «A» – точное значение числа, а «а» – его приближенное представление, тогда *ошибкой* или *абсолютной погрешностью* приближенного представления числа А называют значение

Δ = |A - a|.

Обычно при оценке точности полученных результатов точное значение неизвестно. Поэтому для оценки погрешности используют ее приближение «сверху», т.е. максимально возможное значение погрешности, которое называют *предельным значением абсолютной погрешности*

Δа ≥ Δ = |A - a|.

Абсолютная погрешность не является единственной характеристикой ошибки. Сравним два варианта результата с одинаковой погрешностью: 100±1 и 1±1. Очевидно, что с точки зрения практики необходимо иметь характеристику, позволяющую при оценке ошибки учитывать само значение. Такой характеристикой является относительная погрешность.

*Относительной погрешностью* называют отношение абсолютной погрешности числа к его модулю (A≠0):

δ = Δ /|A|.

С учетом того, что точное значение A обычно не известно, в качестве *предельной относительной погрешности* или «оценки сверху» относительной погрешности можно использовать значение:

δа = Δа / |a - Δа|.

Погрешности результата вычислений складываются из погрешностей:

1. допущенных при постановке задачи за счет ее упрощения (погрешности задачи);
2. связанных с использованием приближенных методов решения задачи (погрешности метода);
3. связанных с использованием приближенных значений параметров, например, любых физических констант (начальные погрешности);
4. связанных с ограниченным количеством разрядов, используемых для представления чисел (погрешности округления);
5. возникающих при выполнении операций над приближенными числами (погрешности операций).

***При программировании следует помнить, что относительная погрешность вычислений резко возрастает при вычитании двух близких чисел. Это связано с тем, что при этом резко уменьшается значение результата и, соответственно, также резко возрастает относительная погрешность.***

Естественно, при решении конкретной задачи какие-то погрешности могут отсутствовать или быть не существенными.

Задание 1

1. Создайте новый проект в отдельной папке и введите программу, представленную ниже, заменив выражения в фигурных скобках соответствующими операторами.

#include <iostream>

#include <math.h>

using namespace std;

int main()

{

float y;

cout << "До инициализации y = " << y << endl;

y = 1;

cout << "После инициализации y = " << y << endl;

y = y / 6000;

y = exp(y);

y = sqrt(y);

y = y / 14;

y = 14 \* y;

y = y \* y;

y = log(y);

y = 6000\*y;

cout << "После преобразований y = " << y << endl;

return 0;

}

2. Выполните оценку абсолютной и относительной погрешности пред­ставления числа 1 и вычислений над числами типа *float*. К каким типам относятся данные погрешности (см. список типов погрешностей на предыдущей странице)?

3. Текст программы и результаты занесите в отчет.

Задание 2

Из математики известно, что ch2x – sh2 x = 1, где , . Разработайте программy, которая вычисляет левую часть этого равенства.

*Указание*. Программа должна реализовывать следующую по­сле­до­ва­тель­ность вычислений: y1=sh x, y2 =ch x, y = y22 – y12, где x, y, y1, y2 – переменные типа ***float***.

Полученные значения y1, y2 и y вывести на экран, указав ширину поля вывода не менее 20 и количество дробных цифр не менее 16.

2. Текст программы и ее результаты занесите в отчет.

3. Последовательно вводя указанные значения аргумента и рассчитывая погрешности вычислений, заполните таблицу.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y1 | y2 | y | Δ | δ |
| 5 |  |  |  |  |  |
| 10 |  |  |  |  |  |
| 15 |  |  |  |  |  |
| 20 |  |  |  |  |  |
| 25 |  |  |  |  |  |

4. Поясните полученный результат и объяснения включите в отчет.

5. Измените в программе типы переменных x, y, y1, y2 на ***double***. Повторите опыт и заполните аналогичную таблицу. Повторите опыт с типом ***long doulbe***. Сравните три таблицы и объясните полученные результаты.

6. Ответьте на вопрос: изменение типа данных каких переменных (из x, y, y1, y2) реально влияет на точность результата и почему?

**Задание 3**

Разработайте программу, которая проверяет равенство sin2 x + cos2 x = 1. Убедитесь, что погрешность достаточно мала. Поясните полученный результат.